第 01 讲 极值与最值问题

1．(2020 春•武汉期中) 已知函数 $f(x)=ax^2+1(a>0)$，$g(x)=x^3+bx$.

(1) 若曲线 $y=f(x)$ 与曲线 $y=g(x)$ 在它们的交点 $(1,c)$ 处具有公共切线，求 a，b 的值；

(2) 当 $a^2=4b$ 时，求函数 $f(x)+g(x)$ 的单调区间，并求其在区间 $(-\infty,-1]$ 上的最大值.

2．(2020 春•临猗县校级月考) 已知函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}(a+1)x^2+ax$

(1) $a=-1$ 时，求 $f(x)$ 的单调区间；

(2) 设 $a>0$，$x\geqslant 0$，若 $f(x)>-\frac{2}{3}a$ 恒成立，求 a 的取值范围.

3．(2020 春•临夏市校级月考) 已知函数 $f(x)=x(lnx+3ax+2)-3ax+4$.

(1) 若 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上是减函数，求实数 a 的取值范围.

(2) 若 $f(x)$ 的最大值为 6，求实数 a 的值.

4．(2020•合肥一模) 已知 $f(x)=ln(2x-1)+\frac{a}{x}(a\in R)$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性；

(2) 若 $f(x)\leqslant ax$ 恒成立，求 a 的值.

5．(2020•怀化模拟) 已知函数 $f(x)=-\frac{1}{(x-1)^2}$.

(1) 若直线 $y=-2x+m$ 与曲线 $y=f(x)$ 相切，求 m 的值；

(2) 对任意 $x\in(-1,1)$，$aln(x+1)-f(x)-1\geqslant 0$ 成立，讨论实数 a 的取值.

6. 已知函数 $f(x)=\frac{x}{e^x}+ax+b(a,b\in R)$.

□1□□ $f(x)$ □ R□□□□□□□□□□ a □□□□□□

□2□□□ $a\in(-1,0)$ □□□□ $f(x)$ □□□□□ $2b$□□□□ $b>0$ □

7□□2020□•□□□□□□□□□□□□ $f(x)=ln(ax+1)+\frac{1-x}{1+x}, x\,.\,0$ □□□ $a>0$ □

□I□□ $f(x)$ □□□□□□

□II□□ $f(x)$ □□□□1□□ a □□□□□

8□□2020•□□□□□ $a\in R$ □□□ $f(x)=ax^3-3x^2$ □

□I□□ $x=2$ □□□ $y=f(x)$ □□□□□ a □□□

□II□□□ $g(x)=f(x)+f'(x)$ □ $x\in[0$□$2]$ □□ $x=0$ □□□□□□ a □□□□□

9□□2020•□□□□□□ $f(x)=\frac{1}{\sqrt{(x^2+2x+k)^2+2(x^2+2x+k)-3}}$ □□□ $k<-2$ □

□1□□□□ $f(x)$ □□□ D □□□□□□

□2□□□□□ $f(x)$ □ D □□□□□

□3□□ $k<-6$ □□ D □□□□ $f(x)>f$ □1□□ x □□□□□□□□□

10□□2020□•□□□□□□□ $f(x)=x(ax-\tan x)$ □ $x\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$ □

□1□□ $a=1$ □□□ $f(x)$ □□□□□

□2□□ $x=0$ □□□ $f(x)$ □□□□□□□ a □□□□□

11□□2020□•□□□□□□□□ $f(x)=e^x[ax^2-(4a+1)x+4a+3]$ □

□1□ $a>0$ □□□ $y=f(x)$ □□□□□□

□2□□ $f(x)$ □ $x=2$ □□□□□□□□ a □□□□□□

12□□2021□•□□□□□□□□□ $f(x)=[ax^2-(3a+1)x+3a+2]e^x$ □

□1□□□□ $y=f(x)$ □□$(2$□ f□2□$)$ □□□□□□□ x □□□ a □□□

□2□□□□ $f(x)$ □ $x=1$ □□□□□□□□ a □□□□□□

13□□2020•□□□□□□□□□□□ $f(x)=[ax^2-(3a+1)x+3a+2]e^x$ □

□1□□□□ $y=f(x)$ □□$(2$□ f□2□$)$ □□□□□□□0□□ a □

□2□□ $f(x)$ □ $x=1$ □□□□□□□□ a □□□□□□

□3□□□2□□□□□□□□□ $y=f(x)$ □□□□□□

14□□ $f(x)=x\ln x-ax^2+(2a-1)x$ □ $a\in R$ □

□1□□ $g(x)=f'(x)$ □□ $g(x)$ □□□□□□

□2□□□ $f(x)$ □ $x=1$ □□□□□□□□□□ a □□□□□□

15□□□□□ $f(x)=(x^2-ax+a)e^x-x^2$ □ $a\in R$

□I□□□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□ a □□□□□□

□II□□□□ $f(x)$ □ $x=0$ □□□□□□□□ a □□□□□□

16□□2020•□□□□□□□□□ $f(x)=[x^2+(a+1)x+1]e^x$ □

□I□□□□ $y=f(x)$ □□$(0$□ $f(0))$ □□□□□ x □□□□□ a □□□

□II□□ $f(x)$ □ $x=-1$ □□□□□□□□ a □□□□□□

□III□□ $a=2$ □□□□□ $g(x)=mf(x)-1$ □3□□□□□ m □□□□□□□□□□□□□□

17□□2020•□□□Ⅲ□□□□□ $f(x)=(2+x+ax^2)ln(1+x)-2x$□

□1□□ $a=0$□□□□□ $-1<x<0$□□ $f(x)<0$□□ $x>0$□□ $f(x)>0$□

□2□□ $x=0$□ $f(x)$ □□□□□□□ a□

18□□2020•□□□□□□□□□ $f(x)=ax^2+2ln(1+x)-2\sin x$□ $a>0$□

□1□□ $a..1$□□□□□ $x\in(0,\frac{\pi}{2})$ □□ $f(x)>0$□

□2□□ $x=0$□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□ a□□□□□□

19□□2020□•□□□□□□□□□ $f(x)=ln(x+1)-x+\frac{1}{2}x^2+ax^3$□ $a\in R$□

□Ⅰ□□ $a=0$□□□□□ $-1<x<0$□□ $f(x)<0$□□ $x>0$□□ $f(x)>0$□

□Ⅱ□□ $x=0$□ $f(x)$ □□□□□□□ a□□□

20□□2020□•□□□□□□□□□ $f(x)=(x-1)e^x-ax^2(a\in R)$□

□1□□ $a=1$□□□ $f(x)$ □□□□□□

□2□□ $x=0$□ $f(x)$ □□□□□□□ a□□□□□□